УДК. 629.072.75

Л. В. Боюн, В. В. Попов

СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ПОЛЬОТОМ ЛІТАКА ПРИ ПОСАДЦІ З УРАХУВАННЯМ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ

Вступ

Сучасна теорія аналітичного конструювання Калмана-Лєтова в теоретичному плані дає можливість визначити структуру і параметри системи управління польотом літальних апаратів. Теорія аналітичного конструювання створена і розроблена відомими вченими Калманом, Лєтовим і А. А. Красовським. При цьому теоретичні проблеми в загальній постановці завдання і шляхи його розв'язання виконані Калманом і Лєтовим, а подальший істотний розвиток теорії і особливо інженерні програми, що дозволяють вирішувати конкретні завдання синтезу, запропоновані й розроблені А. А. Красовським [3].

Складністю аналізу і синтезу систем автоматичного керування заходу на посадку є суттєва нестаціонарність процесу. Методи синтезу як правило дуже складні й потребують особливого підходу. Недоліком запропонованих методів є обмеження, що накладаються на структуру регуляторів або об'єкт керування.

Одним з успішних методів може бути метод аналітичного конструювання, який дозволяє визначити структуру системи аналітичного конструювання та отримати конкретні числові значення алгоритму управління.

Постановка задачі

У даній роботі розробляється методика синтезу на основі аналітичного конструювання алгоритмів керування поздовжнім рухом літака при заході на посадку з урахуванням нестаціонарності, що залежить від дальності до радіомаяка.

У сучасних умовах для літаків і аеродромів звичайних типів строго певна програмна траєкторія-глісада є єдиним поширеним способом організації руху на етапі заходу на посадку. Тому завдання синтезу системи управління на етапі заходу на посадку доцільно ставити як завдання стабілізації щодо заданої траєкторії у фазовому просторі з урахуванням відхилень координат в кінці етапу заходу на посадку.

Нестаціонарність системи управління заходом літака на посадку в поздовжньому каналі обумовлена способом отримання інформації на борту літака, пропорційної відхиленню від заданої лінії – глісади планування. Кінематика процесу заходу літака на посадку по глісаді планування з позначенням основних параметрів, що характеризують положення літального апарату щодо глісади, представлена на рис. 1, де ЗПС – злітно-посадкова смуга; ΔH – лінійне відхилення літака по висоті; ε_{Γ} – кутове відхилення літака від заданої глісади планування.

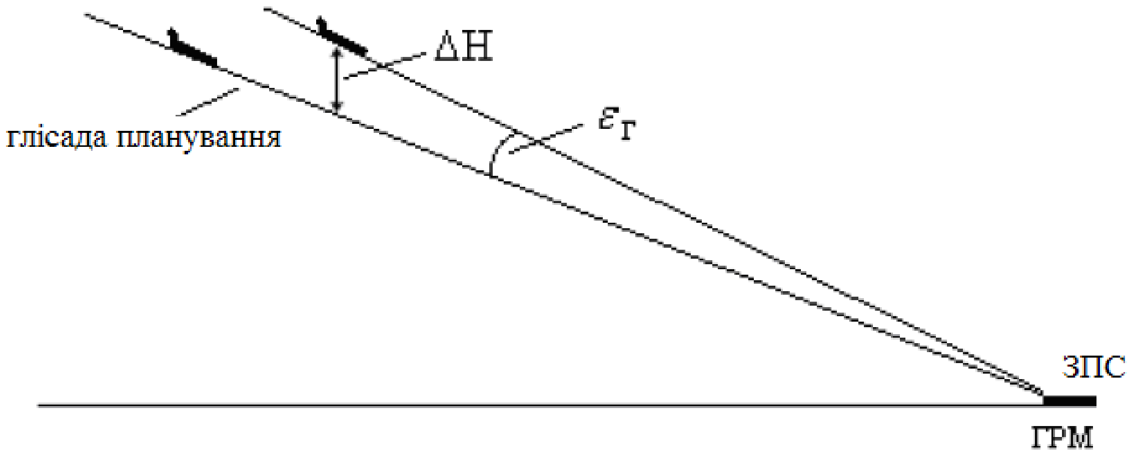


Рис. 1. Кінематика руху літака по глісаді

Принциповою характеристикою радіотехнічних систем забезпечення заходу на посадку є вимірювання кутового положення літального апарату щодо глісади планування. Взаємозв'язок кутового відхилення і лінійного відхилення літака від глісади визначається кінематичним співвідношенням:

$$\varepsilon_{\Gamma} = \frac{\Delta H}{D},$$

де D – дальність до ЗПС, точніше до глісадного радіомаяка (ГРМ). Звідси випливає, що в міру наближення літака до ЗПС при одному і тому ж лінійному відхиленні літака збільшується кутове відхилення, що призводить до істотного збільшення загального коефіцієнта підсилення системи, що є проявом нестаціонарності системи. Не врахування цього явища призвело б до неможливості забезпечення автоматичного керування польотом до моменту переходу екіпажем на ручне управління, так як критичне значення загального коефіцієнта підсилення системи, що приводить до втрати стійкості і, отже, неможливості продовження автоматичного керування, наступає значно раніше, ніж цього вимагають умови посадки за відповідною категорією ICAO. Тому в існуючих радіотехнічних системах забезпечення заходу літака на посадку використовують ступінчасту корекцію загального коефіцієнта підсилення, тобто через певний час після входу в глісаду планування загальний коефіцієнт підсилення контуру управління зменшується в два рази. Таких корекцій у процесі польоту по глісаді, як правило, відбувається не більше двох.

Часто вважають, що задання жорсткої програмної траєкторії приземлення внаслідок обмеженості в часі робить процес приземлення дуже напруженим в динамічному відношенні. Однак призначення програмної траєкторії ще не визначає керування. При аналітичному конструюванні завжди можна так задати коефіцієнти функціоналу (як функції часу), щоб забезпечити прийнятний розподіл динамічної напруженості в часі. Таким чином, при аналітичному конструюванні цілком припустимо введення в функціонал відхилень від жорсткої програмної траєкторії.

Оптимальна система в пропонуванні повного степеня спостережуваності виходить комбінована, тобто здійснює регулювання як по відхиленням, так і по збуренням. Тому при врахуванні випадкових збурюючих впливів задача аналітичного конструювання системи заходу на посадку повинна вирішуватися як задача з неповним степенем спостережуваності.

Квазістаціонарна система передбачає, що весь діапазон застосування параметрів руху розбивається на окремі ділянки, на яких параметр нестаціонарності (у нашому випадку це дальність до радіомаяка) залишається постійним. Розглянемо рис. 2.

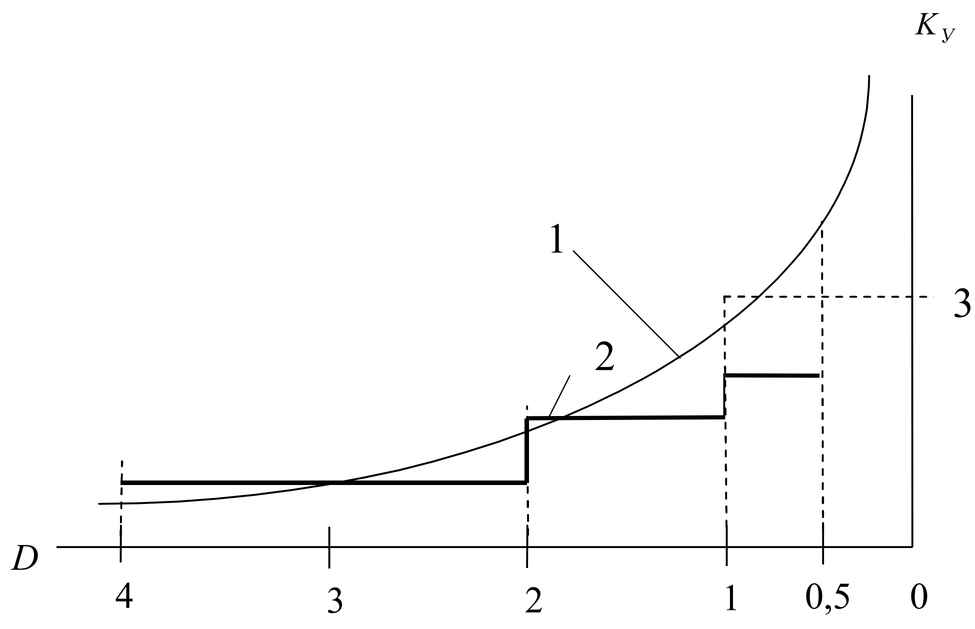


Рис. 2. Залежність коефіцієнта підсилення каналу управління від дальності до радіомаяка

де K_y – коефіцієнт підсилення системи, D – дальність по ГРМ;

1 – реальна характеристика зміни K_y;

2 – запропонована характеристика зміни K_y;

3 – критичне значення K_y (система знаходиться на межі стійкості).

Ця залежність розбивається на такі етапи:

I етап (ділянка 4-2) – D = const;

II етап (ділянка 2-1) – D = const;

III етап (ділянка 1-0,5) – D = const.

Синтез методом аналітичного конструювання

Завдання синтезу для лінійних об’єктів керування, що мінімізує квадратичний критерій, називається задачею про аналітичне конструювання регуляторів. У цьому випадку оптимальний закон керування є лінійним. Таким чином, задачу аналітичного конструювання регуляторів можна розглядати як метод синтезу лінійних систем.

Розглянемо автономний лінійний об’єкт керування

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \tag{1}$$

тут A і B – постійні матриці, що мають розмірність відповідно $n \times n$, $n \times m$, $u = (u_1, u_2, ..., u_m)$ – m-мірний вектор керування, $x = (x_1, x_2, ..., x_m)$ – n-мірний вектор стану. Вектори u та x розглядаються як вектори-стовбці. Будемо шукати управління, що мінімізує функціонал

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left(x^T Q x + u^T R u\right) dt, \tag{2}$$

де Q і R – постійні матриці, що мають відповідно розмірності $n \times n$, $n \times m$. Матриця Q передбачається *невід’ємно визначеною*, а матриця R – *додатне визначеною*. Нехай, надалі, на вектор u не накладено обмежень, тобто він може бути будь-яким.

Матриця Q називається невід’ємно визначеною, якщо для будь-якого вектора $x \neq 0$ $x^T Q x \geq 0$. Матриця R називається додатне визначеною, якщо для будь-якого вектора $u \neq 0$ $u^T R u \geq 0$. Матриця C називається симетричною, якщо $C^T = C$. У відповідності з критерієм Сильвестра, для того щоб симетрична матриця R була додатне визначеною, необхідно и достатньо, щоб всі її ведучі головні мінори були додатні. Ведучим головним мінором порядку k називають визначник, складений із елементів матриці R, що стоять на перетині перших k рядків і перших k стовбців.

За допомогою матриць Q і R в рівності (2) задані квадратичні форми $x^T Q x$ і $u^T R u$. Оскільки будь-яку квадратичну форму можна задати за допомогою симетричної матриці, будемо покладати, що матриці Q і R симетричні.

Мінімальне значення функціоналу (2) однозначно визначається початковим значенням вектора x. Позначимо значення функціоналу $S(x)$. Рівняння Белмана має вигляд

$$0=\min_{\mathbf{u}}\left[\frac{1}{2}x^TQx+\frac{1}{2}u^TRu+\frac{dS}{dx}\left(Ax+Bu\right)\right]. \tag{3}$$

Провівши математичні операції, отримаємо рівність:

$$Q-KBR^{-1}B^TK^T+KA+A^TK^T=0. \tag{4}$$

Рівняння (4) *називається матричним рівнянням Ріккаті*. Матричне рівняння (4) дозволяє визначити шукану матрицю K. Воно еквівалентне системі із n^2 рівнянь.

Матричне рівняння (4) має не єдине вирішення. Із розв'язків рівняння (4) необхідно обрати таке, що задає визначено додатну матрицю K. Така матриця визначається однозначним чином.

Нехай K – додатне визначена матриця, яка є розв'язком рівняння (4). Оптимальне керування задається рівністю

$$u=-R^{-\mathbf{1}}B^TK^Tx. \tag{5}$$

Рівність (5) *задає лінійний закон керування, і, відповідно, оптимальна система* (1), (5) *є лінійною*.

Покажемо, що для системи (1), (5) функція

$$S(x)=\frac{1}{2}x^TKx$$

є функцією Ляпунова.

Насправді, $S(x)$ – додатне визначена функція. Її повна похідна за часом, обчислена з урахуванням рівнянь (1), має вигляд

$$\frac{d}{dt}S(x)=\frac{dS}{dx}\left[Ax+Bu\right]=x^TKAx-x^TKBR^{-\mathbf{1}}B^TK^Tx. \tag{6}$$

$$x^TKAx=\frac{1}{2}x^T\left[KBR^{-\mathbf{1}}B^TK^T-Q\right]x. \tag{7}$$

Підставивши (7) в (6), отримаємо

$$\frac{d}{dt}S(x)=-\frac{1}{2}x^TQx-\frac{1}{2}x^TKBR^{-\mathbf{1}}B^TK^Tx. \tag{8}$$

Беручи до уваги (5), рівність (8) можна переписати у вигляді

$$\frac{d}{dt}S(x)=-\frac{1}{2}x^TQx-\frac{1}{2}u^TRu.$$

Оскільки $x^T Qx$ і $u^T Ru$ є додатне визначеними квадратичними формами, то, відповідно,

$$\frac{d}{dt}S(x) < 0$$

для всіх $x \neq 0$. В силу теореми Ляпунова розв'язок $x(t) = 0$ системи (1), (5) є асимптотично стійким.

Таким чином, синтез керування, мінімізуючого функціонал (2), призводить до стійкої лінійної системи. Таку оптимізацію можна розглядати як один із методів синтезу лінійних систем керування. Цей метод є беззаперечно корисним для синтезу багатомірних систем керування.

Із теоретичних розглядів процесу оптимізації перейдемо до практичної реалізації методу аналітичного конструювання для літака.

Розглянемо поздовжній рух літака.

Система диференціальних рівнянь в матричній формі має вигляд:

$$\dot{X} + AX = BU,$$

$$X = \begin{pmatrix} V \\ \alpha \\ \vartheta \\ \omega_z \\ H \\ \dot{H} \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} -0.069 & 0.08 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ 0.12 & -0.77 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & -0.1 & 0 & -1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -85 & 85 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 75 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 6,9 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -8,1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad U = \begin{pmatrix} \delta_T \\ \delta_B \end{pmatrix}.$$

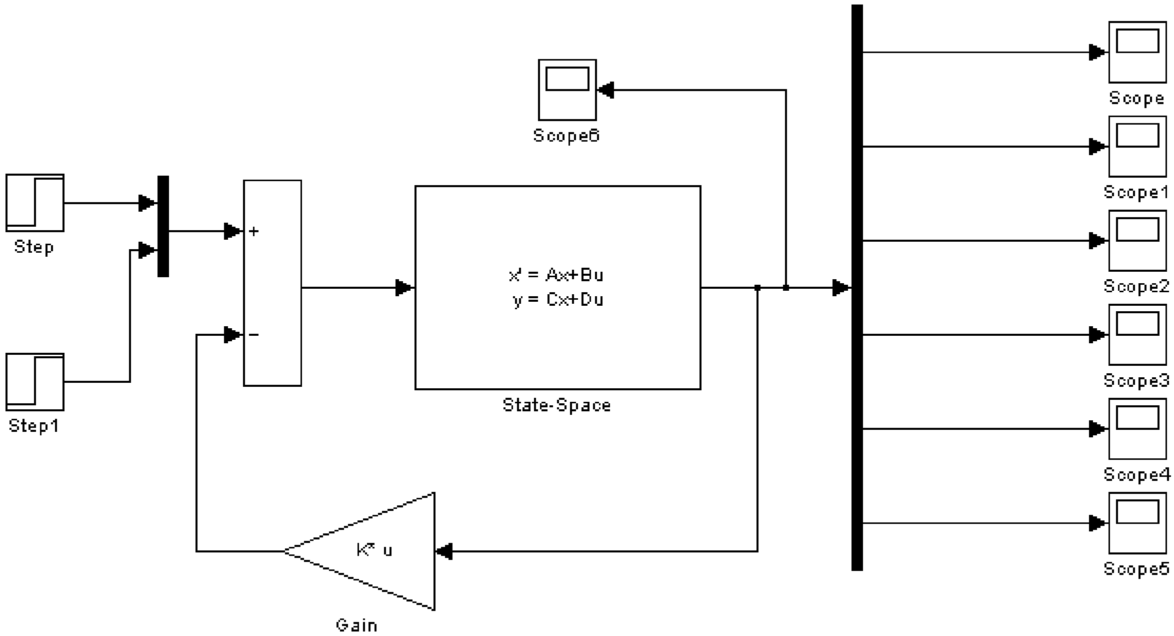
Використовуючи математичну модель літака, здійснимо синтез системи керування методом аналітичного конструювання з використанням процедури Matlab. Проведемо аналіз ефективності застосування оптимального керування для гальмування коливань пружної системи, тобто переведення її з вихідного збуреного стану в нульове кінцеве.

Синтез оптимального регулятора в системі Matlab, з використанням пакету Control System Toolbox реалізується процедурою LQR. Для безперервної системи алгоритм синтезу заснований на мінімізації квадратичного критерію оптимальності.

За допомогою функції [K, S, E] = lqr (A, B, Q, R) знаходиться матриця коефіцієнтів зворотних зв'язків K закону керування $u = -kx$, яка мінімізує функціонал

$$J(u) = \int_0^\infty \left(x^T Qx + u^T Ru \right) dt$$

для об'єкту регулювання, що описується в просторі станів системою рівнянь



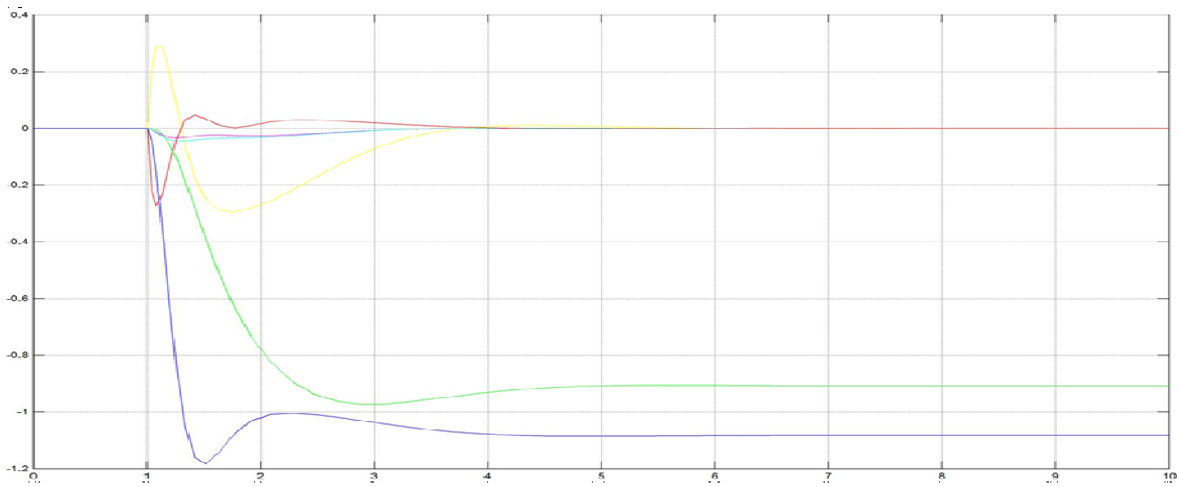


Рис. 3. Результат моделювання

$$\dot{x} = Ax + Bu.$$

Функція lqr видає розв’язок наступного алгебраїчного рівняння Ріккаті

$$A^T K + KA - KBR^{-1}B^T K + Q = 0,$$

і власні значення системи $E = A - B * K$.

Результат:

K = 1.7476 60.0765 -68.1682 -0.3627 -0.9962 -0.0871
0.4258 -39.6888 25.8709 -1.8920 0.0871 -0.9962

S = 1.0e+003 *

0.0003	0.0087	-0.0099	-0.0001	-0.0001	-0.0000
0.0087	2.3289	-2.2746	0.0049	-0.0299	0.0246
-0.0099	-2.2746	2.2460	-0.0032	0.0301	-0.0224
-0.0001	0.0049	-0.0032	0.0002	-0.0000	0.0001
-0.0001	-0.0299	0.0301	-0.0000	0.0008	-0.0002
-0.0000	0.0246	-0.0224	0.0001	-0.0002	0.0004

E = -9.6219

-5.5617 + 6.3227i
-5.5617 - 6.3227i
-6.3966
-1.2904 + 1.1943i
-1.2904 - 1.1943i

Для оцінки ефективності отриманого регулятора проводимо моделювання системи в пакеті Simulink, застосовуючи у зворотному зв’язку значення коефіцієнтів, отриманих за допомогою функції LQR.

На основі синтезу алгоритмів керування і наведених результатів моделювання, зображених на рис. 4, остаточно отримаємо наступні алгоритми керування:

$$\delta_T = 1.7476\Delta v + 60.0765\Delta\alpha - 68.1682\Delta\vartheta - 0.3627\Delta\omega_z - 0.9962\Delta H - 0.0871\Delta\dot{H}$$

$$\delta_B = 0.4258\,\Delta v - 39.6888\Delta\alpha + 25.8709\Delta\vartheta - 1.8920\Delta\omega_z + 0.0871\Delta H - 0.9962\Delta\dot{H}$$

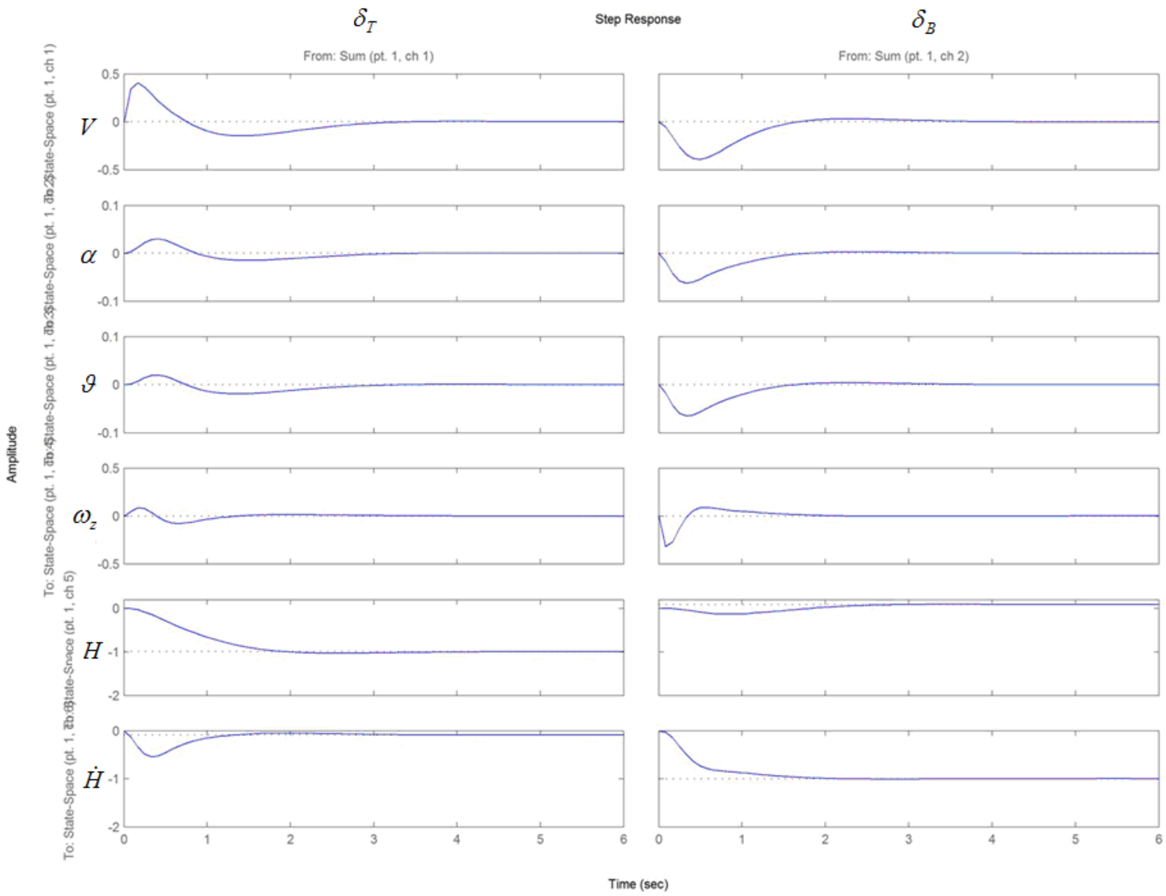


Рис. 4. Реакція системи на ступінчатий вплив від кожного входу

Висновки

На основі теорії аналітичного конструювання з урахуванням квазістаціонарності процесу керування синтезовані алгоритми керування поздовжнім рухом літака при заході на посадку, які суттєво покращують траєкторне керування, тобто оптимізують стабілізацію літака на глісаді.

Список використаної літератури

1. *Зубов В. И.* Методы А. М. Ляпунова и их применение / В. И. Зубов // Л.: ЛГУ, 1957. – 316 с.
2. *Понтрягин Л. С.* Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин // М. : Наука, 1969. – 345с.
3. *Красовский А. А.* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / А. А. Красовский// М.: Наука, 1973. – 560с.
4. *Летов А М.* Математическая теория процессов управления / А. М. Летов // М.: Наука, 1981. – 256с.